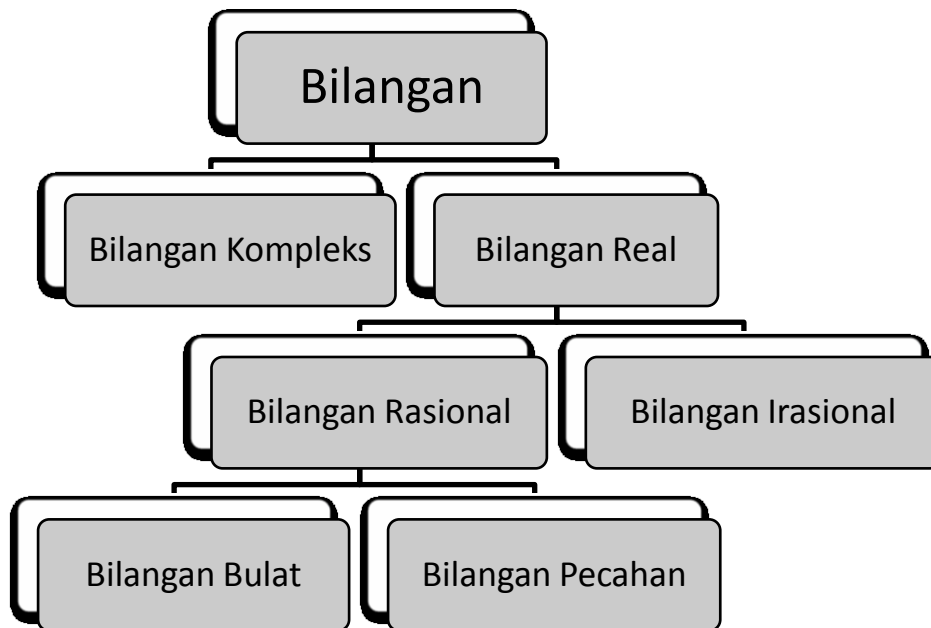


2

SISTEM BILANGAN

Perhatikan skema sistem bilangan berikut



Bilangan bulat adalah bilangan yang terdiri dari bilangan bulat negatif, bilangan nol, dan bilangan bulat positif. Himpunan bilangan bulat biasa dilambangkan dengan **B** atau **Z**.

Bilangan pecahan adalah bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$ dengan a , b , bilangan bulat dan $b \neq 0$, dan b tidak habis dibagi dengan a (b bukan faktor dari a). misalnya, $\frac{1}{2}$ adalah pecahan karena 1 tidak habis dibagi dengan 2 atau 2 bukanlah faktor dari 1. Sementara $\frac{10}{2}$ bukan pecahan karena 10 habis dibagi dengan 2 yaitu 5, atau dengan kata lain 2 adalah faktor dari 10 karena $10 : 2 = 5$.

Bilangan rasional adalah bilangan yang berbentuk $\frac{a}{b}$ dengan a , b , bilangan bulat dan $b \neq 0$. Contoh bilangan rasional adalah bilangan pecahan negatif, pecahan positif, bilangan nol, bilangan bulat positif, dan bilangan bulat negatif. Sedangkan bilangan irasional adalah bilangan yang tidak dapat dinyatakan sebagai bilangan pecahan. Misalnya $\sqrt{2} = 1,41413\dots$, dan seterusnya. Dengan kata lain, $\sqrt{2}$ disebut bilangan irasional karena memiliki bagian desimal yang tak berhingga sehingga tidak bisa ditulis ke dalam bentuk pecahan biasa. Namun demikian, bentuk $\sqrt{2} = 1,41413\dots$ dapat dirasionalkan dengan cara melakukan pembulatan terhadap bentuk desimalnya. Misalkan akan dilakukan pembulatan sampai 2 desimal sehingga $\sqrt{2} \approx 1,41 = \frac{141}{100}$.

Bilangan real atau bilangan nyata (simbolnya **R**) adalah gabungan himpunan bilangan rasional dan irasional.

Bilangan kompleks adalah bilangan yang mengandung adalah bilangan yang dapat dinyatakan dalam bentuk $a + bi$ dengan a , b , bilangan real dan $i = \sqrt{-1}$ yang disebut dengan bilangan imajiner.

Misalnya:

0 merupakan bilangan kompleks karena 0 dapat ditulis menjadi $0 = 0 + 0i$.

1 merupakan bilangan kompleks karena 1 dapat ditulis menjadi $1 = 1 + 0i$.

$\sqrt{-4}$ merupakan bilangan kompleks karena $\sqrt{-4}$ dapat ditulis menjadi

$$\sqrt{-4} = \sqrt{(-1) \cdot (4)} = \sqrt{-1} \sqrt{4} = i2 = 2i.$$

Bilangan asli adalah semua bilangan bulat positif, tidak termasuk nol. Himpunan bilangan asli dilambangkan dengan **A** atau **N**.

$$\mathbf{A} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

Bilangan cacah adalah semua bilangan bulat positif dan bilangan nol. Himpunan bilangan cacah dilambangkan dengan **C**.

$$\mathbf{C} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Bilangan prima adalah bilangan asli yang mempunyai tepat 2 faktor. Himpunan bilangan prima dilambangkan dengan **P**. Perhatikan bahwa, 1 jelas bukanlah bilangan prima.

$$\mathbf{P} = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$$

Jika diurutkan dengan menggunakan konsep himpunan bagian, maka hubungan dari sistem bilangan tersebut adalah sebagai berikut:

$$\mathbf{P} \subseteq \mathbf{A} \subseteq \mathbf{C} \subseteq \mathbf{B} \subseteq \mathbf{R}$$

2.1. Hubungan Perbandingan antar Bilangan

Untuk membandingkan antar bilangan, diperlukan tanda ketidaksamaan yang meliputi:

Tanda $<$ dibaca “lebih kecil dari”.

Tanda $>$ dibaca “lebih besar dari”.

Tanda \leq dibaca “lebih kecil dari atau sama dengan”.

Tanda \geq dibaca “lebih besar dari atau sama dengan”.

Pada ketidaksamaan, berlaku sifat-sifat berikut:

1. Jika kedua ruas suatu ketidaksamaan ditambah atau dikurangi dengan bilangan yang sama, maka akan diperoleh hasil perhitungan yang baru dengan tanda ketidaksamaan yang tetap.

Misalnya: $5 < 6$, adalah benar.

Jika kedua ruasnya ditambahkan dengan 2, maka $5 + 2 < 6 + 2$, dalam hal ini menjadi $7 < 8$, adalah juga bernilai benar.

Jika kedua ruasnya dikurangi dengan 2, maka $5 - 2 < 6 - 2$, dalam hal ini menjadi $3 < 4$, adalah juga bernilai benar.

Perhatikan bahwa, $5 < 6$ setelah kedua ruasnya ditambahkan dengan 2 maupun dikurangi dengan 2, tetap bernilai benar dengan tanda ketidaksamaan yang tidak berubah.

2. Jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan positif yang sama, maka akan diperoleh hasil perhitungan yang baru dengan tanda ketidaksamaan yang tetap.

Misalnya: $5 < 6$, adalah benar.

Jika kedua ruasnya dikalikan dengan 2, maka $5 \times 2 < 6 \times 2$, dalam hal ini menjadi $10 < 12$, adalah juga bernilai benar.

Perhatikan bahwa, $5 < 6$ setelah kedua ruasnya dikalikan dengan 2, tetap bernilai benar dengan tanda ketidaksamaan yang tidak berubah.

3. Jika kedua ruas dikalikan dengan bilangan negatif yang sama, maka akan diperoleh hasil perhitungan yang baru dengan tanda ketidaksamaan yang berubah/dibalik.

Misalnya: $5 < 6$, adalah benar.

Jika kedua ruasnya dikalikan dengan -2, maka $5 \times (-2) < 6 \times (-2)$, dalam hal ini menjadi $-10 > -12$.

Perhatikan bahwa, $5 < 6$ setelah kedua ruasnya dikalikan dengan -2, bernilai benar apabila ketidaksamaan-nya dibalik menjadi " $>$ ".

Sacara rinci, aturan yang berlaku pada ketidaksamaan adalah sebagai berikut:

Misalkan a, b, c , dan $d \in \mathbf{R}$. Maka

1. Jika $a < b$ maka $a + c < b + c$ dan $a - c < b - c$.
2. Jika $a < b$ dan $b < c$ maka $a < c$
3. Jika $a < b$ dan $c > 0$ maka $ac < bc$ atau $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
4. Jika $a < b$ dan $c < 0$ maka $ac > bc$ atau $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
5. Jika $a < b$ dan $c < d$ maka $a + c < b + d$
6. Jika $0 < a < b$ maka $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Contoh 2.1.

Tentukan nilai x dari ketidaksamaan $2x - 4 < 5x + 1$

Penyelesaian:

$$2x - 4 \leq 5x + 1$$

$$\Leftrightarrow 2x - 5x \leq 1 + 4$$

$$\Leftrightarrow -3x \leq 5$$

$$\Leftrightarrow x \geq -5/3$$

Jadi himpunan penyelesaian dari ketidaksamaan yang dimaksud adalah $\{x \mid x \geq -5/3 \text{ dan } x \in \mathbf{R}\}$. Atau dapat pula dikatakan bahwa nilai x yang memenuhi ketidaksamaan tersebut adalah semua bilangan real yang terdapat dalam interval $[-5/3, \infty)$.

2.2. Operasi Bilangan

Himpunan bilangan real memenuhi kaidah-kaidah tertentu apabila dioperasikan. Operasi penjumlahan dan perkalian bilangan real memenuhi kaidah sebagai berikut:

a. Komutatif

Dalam menjumlahkan dua bilangan a dan b , perubahan urutan antara keduanya tidak akan mengubah hasil penjumlahan. Hasil yang sama berlaku juga untuk perkalian.

$$a + b = b + a$$

$$a \times b = b \times a$$

misalnya: $2 + 3 = 3 + 2$, dan $2 \times 3 = 3 \times 2$.

b. Asosiatif

Dalam menjumlahkan tiga bilangan a , b , dan c (atau lebih), perubahan cara pengelompokkan bilangan-bilangan tersebut tidak akan mengubah hasil penjumlahan. Hasil yang sama berlaku juga untuk perkalian.

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Misalnya: $(2 + 3) + 4 = 2 + (3 + 4)$, dan $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4)$.

c. Distributif

Dalam pengalihan bilangan a terhadap penjumlahan $(b + c)$, hasil kalinya adalah sama dengan jumlah hasil kali ab dan hasil kali ac . Dengan kata lain, hasil kali sebuah bilangan terhadap suatu penjumlahan adalah sama dengan jumlah hasil kali- hasilnya.

$$a(b + c) = ab + ac$$

Misalnya: $4(6 + 5) = (4 \times 6) + (4 \times 5)$.

d. Pencoretan

Jika jumlah a dan c sama dengan jumlah b dan c, maka a sama dengan b. dengan kata lain:

$$\text{Jika } a + c = b + c$$

$$\text{Maka } a = b$$

e. Unsur identitas

Unsur identitas (e) terhadap operasi penjumlahan adalah 0 sedangkan unsur identitas terhadap operasi perkalian adalah 1.

f. Unsur invers atau kebalikan

Setiap bilangan real memiliki unsur invers terhadap penjumlahan maupun terhadap perkalian. Untuk suatu bilangan real a, inversnya terhadap operasi penjumlahan adalah $-a$, sedangkan inversnya terhadap operasi perkalian adalah $1/a$.

2.3. Operasi Bilangan Pecahan

Bilangan pecahan adalah bilangan yang ditulis dalam bentuk a/b dengan $b \neq 0$ dan b bukan faktor dari a. Berdasarkan cara penulisannya, bilangan pecahan dibedakan atas bilangan pecahan biasa dan pecahan desimal. Misalnya $1/2$ merupakan bentuk pecahan biasa sementara 0,5 merupakan bentuk pecahan desimal. Perhatikan bahwa pecahan biasa a/b dapat pula dipandang sebagai suatu operasi pembagian a oleh b.

Beberapa aturan yang perlu diperhatikan berkaitan dengan operasi pada pecahan adalah sebagai berikut:

Misalkan a, b, c, dan $d \in \mathbf{R}$.

$$1. \frac{a}{b} = \frac{axc}{bxc} \text{ atau } \frac{a}{b} = \frac{a:c}{b:c}$$

$$2. \frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$$

$$3. \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$4. \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

Contoh 2.2.

Tentukanlah harga z jika $z = \frac{17}{45} - \frac{5}{10} + \frac{7}{15}$.

Penyelesaian:

$$z = \frac{17}{45} - \frac{5}{10} + \frac{7}{15} = \frac{17 \cdot 2 - 5 \cdot 9 + 7 \cdot 6}{90} = \frac{34 - 45 + 42}{90} = \frac{31}{90}$$

Contoh 2.3.

Asumsikan bahwa konsumsi bahan bakar pada sebuah mobil adalah 6,5 liter per 100 km. Berapa kilometer jarak yang dapat ditempuh oleh mobil tersebut jika tangki bahan bakarnya berisi 41 liter?

Pernyelesaian:

Misalkan x adalah jarak yang dapat ditempuh oleh mobil tersebut jika tangki bahan bakarnya berisi 41 liter.

$$\frac{6,5}{100} = \frac{41}{x}$$

$$\Leftrightarrow 6,5x = 41 \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow 6,5x = 4100$$

$$\Leftrightarrow x = 4100/6,5 \approx 630,77$$

Jadi jarak yang dapat ditempuh oleh mobil tersebut jika tangki bahan bakarnya berisi 41 liter adalah 630,77 km.

Latihan

1. Tentukan tanda ketidaksamaan dari bilangan berikut sehingga menjadi suatu pernyataan yang bernilai benar.
 - a. $\frac{3}{8}$ dan $\frac{4}{6}$
 - b. $\frac{5}{6}$ dan $\frac{5}{12}$
 - c. $\frac{3}{7}$ dan $\frac{7}{3}$
 - d. $\frac{5}{6}$ dan $\frac{13}{3}$
2. Hitunglah jumlah dari masing-masing pasangan bilangan seperti yang ada pada soal No.1.
3. Hitunglah selisih dari masing-masing pasangan bilangan seperti yang ada pada soal No.1 kemudian nyatakan dalam bentuk pecahan desimal.
4. Hitunglah hasil kali dari masing-masing pasangan bilangan seperti yang ada pada soal No.1.
5. Hitunglah hasil bagi dari masing-masing pasangan bilangan seperti yang ada pada soal No.1 kemudian nyatakan dalam bentuk pecahan desimal.
6. Tentukan nilai x dari masing-masing ketidaksamaan berikut:
 - a. $5x + 3 \geq -2x - 4$
 - b. $\frac{x^2 - 1}{x + 1} \leq \frac{2}{x}$
 - c. $\frac{3}{2x - 1} \leq 2$
 - d. $\frac{x + 6}{x - 2} > x + 1$
7. Sederhanakanlah bentuk dari $\frac{4 + 5\sqrt{2}}{2 - 3\sqrt{2}} + \frac{11\sqrt{2}}{7}$